

geschwächten Strahlung ausgesetzt war. In der Probe des Meteoriten Carbo kommt daher der radioaktive Zerfall des  $^{40}\text{K}$  stärker zur Auswirkung.

Ferner erweisen sich die Strahlungsalter dieser Eisenmeteorite mit wenigstens mehreren hundert Millionen Jahren – in Übereinstimmung mit anderen Meßergebnissen bzw. Abschätzungen<sup>8, 12, 14, 16</sup> – als entschieden größer als die Strahlungsalter für die Mehrzahl der bisher untersuchten Steinmeteorite, für die bis auf einen Fall<sup>13</sup> Werte von weit weniger als 100 Millionen Jahren gefunden werden<sup>15, 36</sup>.

<sup>36</sup> F. BEGEMANN, P. EBERHARDT u. D. C. HESS, Z. Naturforsch. **14 a**, 503 [1959].

#### d) Zur Frage eines langlebigen Isomers $^{38}\text{K}$

Bei dem Kalium aus der ersten Probe des Meteoriten Carbo und aus der Probe von Treysa haben wir vergeblich nach einem evtl. vorhandenen kosmogen entstandenen langlebigen Isomer  $^{38}\text{K}_k^*$  gesucht<sup>22</sup>. Die Ausschließungsgrenze ist in beiden Fällen  $^{38}\text{K}_k^* : {}^{40}\text{K}_k < 3 \cdot 10^{-3}$ .

Wir möchten der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Überlassung von Apparaturen bestens danken. Herrn Dr. H. WÄNKE danken wir für die Überlassung der Meteoriten-Proben, außerdem ihm und Herrn Dr. F. BEGEMANN für wertvolle Diskussionen.

## NOTIZEN

### Phononen-Relaxationszeit und magnetische Thermokraftänderung von Halbleitern

Von J. APPEL

Aus der Osram-Studiengesellschaft Augsburg  
(Z. Naturforsch. **14 a**, 838–840 [1959]; eingegangen am 2. Juni 1959)

HERRING<sup>1</sup> hat in einer Diskussionsbemerkung zu einer Arbeit<sup>2</sup> über die thermomagnetischen Effekte von isotropen Halbleitern darauf hingewiesen, daß ein Vergleich mit der Erfahrung (p-Germanium) nur mit Vorbehalt möglich ist, weil eine *mittlere*, nur von der Temperatur  $T$  abhängige Relaxationszeit  $\tau$  und damit eine mittlere freie Weglänge  $u_0 \tau$  für die Phononen-Wechselwirkung zugrunde gelegt worden ist. Dieser Einwand ist natürlich berechtigt. Bis jetzt ist in allen Arbeiten über die elektrischen Transporterscheinungen von Halbleitern und Metallen mit einer mittleren Relaxationszeit für die Phononen-Wechselwirkung gerechnet worden. Alle auf diese Weise gefundenen Ergebnisse können daher nur qualitative Gültigkeit beanspruchen.

Die einschneidende Voraussetzung über die Relaxationszeit der Phononen wird nahegelegt, weil die Definition einer Relaxationszeit  $\tau$  in Abhängigkeit vom Wellenvektor  $q$  und von der Polarisation  $s$  gemäß

$$\frac{\partial N(q, s)}{\partial t} \Big|_{\text{Ph-Ph}} = - \frac{N(q, s) - N_0(q, s)}{\tau(q, s)} \quad (1)$$

im allgemeinen Fall nicht möglich ist. Das hat folgenden Grund:

a) Die zeitliche Änderung der Verteilungsfunktionen  $N(q, s)$  [= mittlere Anzahl von Phononen  $\hbar \omega(q, s)$ ] hängt in komplizierter Weise von den Besetzungszahlen vieler anderer „Zustände“  $\hbar \omega(q', s')$  ab.

<sup>1</sup> Diskussionsbemerkung von C. HERRING, J. Phys. Chem. Solids **8**, 362 [1959].

<sup>2</sup> J. APPEL, J. Phys. Chem. Solids **8**, 353 [1959]; Z. Naturforsch. **13 a**, 386 [1958].

b) Auch im Prinzip ist es allgemein nicht möglich, eine Relaxationszeit  $\tau(q, s)$  zu definieren. Notwendige Voraussetzung dazu wäre, daß der Einfluß des von außen an den Kristall gelegten Temperaturgefälles in den drei Störfunktionen  $N(q, s) - N_0(q, s)$  durch einen gemeinsamen Faktor zum Ausdruck käme, der nur von  $|\text{grad } T|$  abhängt. Dieses ist bei bekannten, einfachen Ansätzen für die drei Störfunktionen nicht der Fall<sup>3</sup>.

Es gibt eine Ausnahme, die für uns wesentlich ist. In dem Bereich tiefer Temperaturen, in welchem vornehmlich die langen Gitterwellen angeregt sind, läßt sich die Einführung einer Relaxationszeit für einen gewissen  $q$ -Bereich,  $q < q_1$ , rechtfertigen. Bei tiefen Temperaturen wechselwirken die Phononen mit kleinen Ausbreitungsvektoren  $q$  bei Dreiphonen-Stoßprozessen vornehmlich mit solchen Phononen, für die  $q'$  groß und die entsprechende „Relaxationszeit“ sehr klein ist<sup>3, 4</sup>. Daher ist es möglich, in den drei „BOLTZMANN-Gleichungen“ für  $N(q, s=1, 2, 3)$  die zeitliche Änderung von  $N$  infolge von Stoßprozessen in der Form (1) zu schreiben. Ist dadurch die Relaxationszeit der Phononen in einem hinreichend großen  $q$ -Bereich, der auf Grund von Energie- und Impulssatz für Stoßprozesse Elektronen–Phononen vorgegeben ist, bekannt, so kann man in reinen, nichtentarteten Halbleitern ohne die insbesondere bei Metallen übliche Voraussetzung  $\tau = \tau(T)$  die elektrischen Transportgrößen mit einer sinnvoll definierten Phononen-Relaxationszeit  $\tau(q, s)$  berechnen.

HERRING<sup>4</sup> hat mit einer geometrischen Betrachtung über die einem  $q_0$ -Vektor auf Grund von Energie- und Impulssatz ( $q_0 = q_1 + q_2$ ) für Dreiphonen-Stoßprozesse zugeordneten im  $q$ -Raum Relaxationszeiten für longitudinale und transversale Phononen in elastisch isotropen und anisotropen Kristallen von kubischer Symmetrie berechnet. Er findet die allgemeine Beziehung

<sup>3</sup> A. LEIBFRIED, Hand. d. Physik VII, Springer-Verlag, Berlin 1955.

<sup>4</sup> C. HERRING, Halbleiter und Phosphore, Verlag Vieweg, Braunschweig 1958; Phys. Rev. **95**, 954 [1954].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

$$\frac{1}{\tau(\lambda q, \lambda T)} \propto \lambda^5. \quad (2)$$

Für die longitudinalen Phononen in elastisch anisotropen kubischen Kristallen gilt speziell

$$\frac{1}{\tau_{\text{Ph}}^{(1)}} \propto |q|^2 T^3 \quad \text{für } |q| < |q_1| \quad (3)$$

$$\hbar \omega (|q_1|) \simeq 0,15 k T.$$

In Halbleitern, deren stationäre Energiezustände im  $\mathbf{f}$ -Raum ( $\mathbf{f}$  = reduzierter Ausbreitungsvektor) durch Kugelflächen dargestellt werden, wechselwirken die Ladungsträger vornehmlich mit den longitudinalen Gitterwellen, deren Relaxationszeit unter Berücksichtigung der elastischen Anisotropie durch (3) gegeben ist. Die Proportionalitätskonstante kann im Falle der Element-Halbleiter Ge und Si aus der gemessenen Temperaturabhängigkeit der differentiellen Thermokraft bestimmt werden. Mit dem allgemeinen Ansatz

$$l_{\text{Ph}}^{(1)} = \frac{\tau_{\text{Ph}}^{(1)}}{u_0} = A_p(T) |q|^p \quad (4)$$

ergibt sich, daß die Abhängigkeit des Gitteranteiles der isothermen Thermokraft,  $Q_{i,g}$ , von der magnetischen Feldstärke  $H$  wesentlich durch den Exponenten  $p$  bestimmt wird, der nach HERRING den Wert  $-2$  hat.

Für reine Halbleiter ist die Summe des elektronischen Anteiles  $Q_{i,e}$  und des Gitteranteiles  $Q_{i,g}$  der differentiellen Thermokraft mit (4) gegeben durch<sup>2</sup>:

$$Q_i = Q_{i,e} + Q_{i,g} \quad (5)$$

$$= \pm \frac{\zeta}{e T} \mp (K_1^2 + \gamma^2 K_0^2)^{-1} \left\{ \frac{k}{e} (K_3 K_1 + \gamma^2 K_2 K_0) \right. \\ \left. + \frac{2^{4+p}}{3\sqrt{\pi}(4+p)} \frac{u_0 B_p}{T \mu_e} (K_{2+p} K_1 + \gamma^2 K_{1+p} K_0) \right\}.$$

$$\lim_{H \rightarrow 0} Q_i = Q_e + Q_g = \pm \left\{ \frac{\zeta}{e T} - 2 \frac{k}{e} - \frac{2^{4+p}}{3\sqrt{\pi}(4+p)} \left( \frac{3+p}{2} \right)! \frac{u_0 B_p}{T \mu_e} \right\} \quad (6a)$$

$$\lim_{H \rightarrow \infty} Q_i = \lim_{H \rightarrow \infty} (Q_{i,e} + Q_{i,g}) = \pm \left\{ \frac{\zeta}{e T} - \frac{5}{2} \frac{k}{e} - \frac{2^{8+p}}{9\pi(4+p)} \left( \frac{4+p}{2} \right)! \frac{u_0 B_p}{T \mu_e} \right\}. \quad (6b)$$

Die Grenzwerte des Gitteranteiles der Thermokraft in schwachen und starken magnetischen Feldern hängen von  $p$  ab. In Abb. 1 ist die relative Änderung von  $Q_{i,g}$  im  $\lim H = \infty$  aufgetragen. Es zeigt sich, daß nicht nur der Betrag, sondern auch das Vorzeichen der Thermokraftänderung  $\Delta Q_{i,g}$  von dem Exponenten  $p$  abhängt. Insbesondere ist für  $p = -2$  die Thermokraftänderung  $\Delta Q_{i,g}$  negativ, der entsprechende Sättigungswert ist  $8/3\pi - 1$ . Danach ist für Halbleiter, deren Transporteigenschaften zusammen mit den obigen Annahmen durch ein einfaches Einbändermodell beschrieben werden können, eine negative relative Thermokraftänderung zu erwarten, wenn der Gitteranteil  $Q_g$  hinreichend groß ist. Die zu diesem Ergebnis notwendigen Voraussetzungen über die Bandstruktur können bei kubischen Halbleitern erfüllt sein, sofern das Energie-Extremum des einfachen Bandes im Mittelpunkt der BRILLOUIN-Zone,  $\mathbf{f} = 0$ , liegt (n-Halbleiter). Die physikalische Ursache

Das obere Vorzeichen gilt für Überschuß-, das untere für Mangelhalbleiter. Es bedeuten:

$-e$  = Elementarladung,

$$\zeta = -k T \ln \left\{ \frac{2(2\pi m^* k T)^{3/2}}{n h^3} \right\}$$

= FERMISCHE Grenzenergie,

$\mu_e$  = Beweglichkeit der Ladungsträger,

$$\gamma = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \mu_e H, \quad K_n = \int_0^\infty \frac{\exp(-y^2)}{y^2 + \gamma^2} y^{4+n} dy,$$

$$B_p = A_p \left( \frac{2 m^* k T}{\hbar^2} \right)^{p/2}.$$

Voraussetzungen zur Herleitung von (5) sind sphärische Energiefächen für Elektronen bzw. Lochelektronen und alleinige Streuung der Ladungsträger an den thermischen Gitterwellen. Außerdem ist angenommen, daß die Ladungsträgerkonzentrationen so klein sind, daß die Streuung von Phononen an Elektronen und Lochelektronen einen vernachlässigbar kleinen Einfluß auf die Abweichung der Gitterwellen vom thermischen Gleichgewicht hat. Nur in reinen Halbleitern ist diese Voraussetzung erfüllt.

Um den Einfluß der  $|q|$ -Abhängigkeit der Phononen-Relaxationszeit auf die magnetische Thermokraftänderung  $\Delta Q_{i,g} = Q_{i,g}(H) - Q_g$  nachzuweisen, beschränken wir uns auf die Betrachtung des einfachen Grenzfalles: starke magnetische Felder,  $(\mu_e H)^2 \gg 1$ . Man findet leicht:

$$\lim_{H \rightarrow 0} \Delta Q_{i,g} = Q_e + Q_g = \pm \left\{ \frac{\zeta}{e T} - 2 \frac{k}{e} - \frac{2^{4+p}}{3\sqrt{\pi}(4+p)} \left( \frac{3+p}{2} \right)! \frac{u_0 B_p}{T \mu_e} \right\} \quad (6a)$$

$$\lim_{H \rightarrow \infty} \Delta Q_{i,g} = \lim_{H \rightarrow \infty} (Q_{i,e} + Q_{i,g}) = \pm \left\{ \frac{\zeta}{e T} - \frac{5}{2} \frac{k}{e} - \frac{2^{8+p}}{9\pi(4+p)} \left( \frac{4+p}{2} \right)! \frac{u_0 B_p}{T \mu_e} \right\}. \quad (6b)$$

der negativen Thermokraftänderung  $\Delta Q_{i,g}$  von „einfachen“ Halbleitern ist folgende:

Im feldfreien Fall  $H = 0$  wird der durch die Thermospannung induzierte Strom im wesentlichen von Elektronen (bzw. Lochelektronen) getragen, deren Energie klein ist. Diese Elektronen liefern zu den Transportintegralen, insbesondere zur Stromdichte, den Hauptbeitrag, weil die Relaxationszeit für die Elektronen-Phononen-Stoßprozesse mit *abnehmender* Energie *zunimmt*<sup>4</sup>. Mit wachsender magnetischer Feldstärke  $H$  nimmt der Anteil von Elektronen höherer Energie an der gesamten Stromdichte zu. Die Elektronen mit höherer Energie, die in starken magnetischen Feldern für die Stromdichte maßgebend werden, wechselwirken mit Phononen, die im Mittel ebenfalls eine höhere Energie und damit eine *kleinere* Relaxationszeit haben als diejenigen Phononen, die im feldfreien Fall an den Elektronen geringer Energie Stoßprozesse erleiden. Nun ist

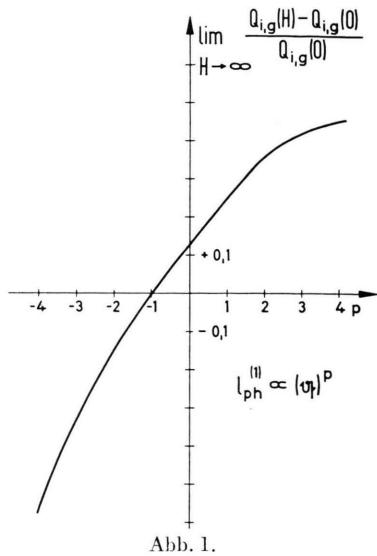


Abb. 1.

der Gitteranteil der Thermokraft

$$Q_{i,g} \propto \frac{v_0^2 \tau_{ph}^{(1)}}{\mu_e T}. \quad (7)$$

Die Proportionalitätskonstante hat die Größenordnung eins. Im  $\lim H = 0$  ist nach dem oben Gesagten die mitt-

### Die mittlere freie Weglänge der Leitungselektronen der Alkalimetalle K, Rb und Cs

Von R. NOSSEK

Physikalisches Institut der Bergakademie Clausthal,  
Clausthal-Zellerfeld

(Z. Naturforsch. 14 a, 840—841 [1959]; eingegangen am 29. Juli 1959)

Aus Widerstandsmessungen an dünnen Metallschichten, die unter sorgfältig kontrollierten Bedingungen durchgeführt werden, kann man Aufschlüsse zur Frage nach der effektiven Masse der Leitungselektronen erhalten. Dies soll im folgenden für die Alkalimetalle K, Rb und Cs gezeigt werden.

Diese wurden auf eine ebene, feuerpolierte, mit zweckentsprechenden Pt-Aufdampfelektroden versehene Glasoberfläche bei einem Druck von  $p \leq 5 \cdot 10^{-9}$  Torr als Schichten aufgedampft, deren elektrischer Widerstand in Abhängigkeit von der Schichtdicke bei  $90^{\circ}\text{K}$  gemessen wurde.

Nach der Weglängentheorie lässt sich im Bereich dickerer Schichten ( $d \geq l$ ) der spezifische Widerstand durch<sup>1</sup>:

$$\varrho d = \varrho_\infty (d + \frac{3}{8} l)$$

darstellen ( $\varrho$  und  $\varrho_\infty$  = spez. Widerstand der Schicht bzw. des massiven Metalles gleichen Ordnungsgrades;  $d$  = Schichtdicke,  $l$  = mittlere freie Weglänge). Entsprechend dieser Beziehung wurde das Produkt der Meß-

lere Relaxationszeit größer als in starken Feldern. Daraus resultiert eine negative Thermokraftänderung  $\Delta Q_{i,g}$ .

Die an p-Ge bei tiefen Temperaturen von ERDMANN<sup>5</sup> gemessene positive Thermokraftänderung ist nur durch die Bandstruktur zu erklären. Für die Transporterscheinungen in starken magnetischen Feldern sind ausschließlich die schweren Lochelektronen maßgebend. Daher gehen in den Sättigungswert der Thermokraft im  $\lim H = \infty$  nur die Parameter der schweren Lochelektronen ein. Die von diesen Parametern unabhängigen Faktoren bleiben ungeändert. Im Gegensatz dazu ändern sich die entsprechenden Faktoren im  $\lim H = 0$ , weil in schwachen und mittleren Feldern auch leichten Lochelektronen am Transportprozeß beteiligt sind. Eine exakte Berechnung der magnetischen Thermokraftänderung von p-Ge für schwache magnetische Felder ist nur auf der Grundlage einer allgemeinen Formulierung des Transportproblems unter Berücksichtigung der speziellen Bandstruktur und der sich daraus ergebenden Konsequenzen für Stoßprozesse Lochelektronen — Phononen — dazu gehört die Streuung von leichten Lochelektronen in die Zustände schwerer Lochelektronen — möglich.

Für die Möglichkeit zur Durchführung dieser Arbeit in der Osram-Studiengesellschaft Augsburg danke ich Herrn Prof. KRAUTZ.

<sup>5</sup> J. ERDMANN, Z. Naturforsch. 13 a, 650 [1958].

größen  $\varrho d$  als Funktion von  $d$  aufgetragen und aus der Neigung der erhaltenen Geraden  $\varrho_\infty$  und aus ihrem Schnitt mit der Abszisse  $l$  bestimmt.

Der einfachen, im Temperaturbereich oberhalb der charakteristischen Temperatur gültigen Leitfähigkeitsformel<sup>2</sup> entnimmt man:

$$\varrho_\infty l = \frac{\sqrt{2} m^* \zeta}{\varepsilon^2 N}$$

( $m^*$ ,  $\varepsilon$  = effektive Masse bzw. Ladung des Elektrons,  $N$  = Elektronenkonzentration,  $\zeta$  = FERMISCHE Grenzenergie). Das Produkt  $\varrho_\infty l$  lässt sich einerseits aus dieser Beziehung theoretisch berechnen, wenn man für  $m^*$  die Masse  $m$  des freien Elektrons und für  $N$  die Zahl  $N_a$  der Atome pro  $\text{cm}^3$  einsetzt, andererseits erhält man es aus den experimentell bestimmten Werten. Für den Quotienten ergibt sich demnach:

$$\frac{(\varrho_\infty l)_{\text{th.}}}{(\varrho_\infty l)_{\text{exp.}}} = \frac{N}{N_a} \sqrt{\frac{m}{m^*}} = A.$$

	K	Rb	Cs	
$l 90^{\circ}\text{K}$	1,22	0,67	0,40	$\cdot 10^{-5} \text{ cm}$
$(\varrho_\infty \cdot l)_{\text{exp.}}$	2,6	2,8	6,8	$\cdot 10^{-11} \Omega \text{ cm}^2$
$(\varrho_\infty \cdot l)_{\text{th.}}$	2,25	2,6	2,4	$\cdot 10^{-11} \Omega \text{ cm}^2$
$A$	<b>0,86</b>	<b>0,93</b>	<b>0,35</b>	

Tab. 1.

<sup>1</sup> E. H. SONDHEIMER, Adv. Phys. 1, 1 [1952].

<sup>2</sup> A. H. WILSON, The Theory of Metals, Univ. Press, Cambridge 1953.